

LINEARNE JEDNAČINE

Pod linearnom jednačinom “po x ” podrazumijevamo svaku jednačinu sa nepoznatom x koja se ekvivalentnim transformacijama svodi na jednačinu oblika:

$$a \cdot x = b$$

gde su a i b dati realni brojevi.

Rješenje ove jednačine je svaki realan broj x_0 za koji važi:

$$a \cdot x_0 = b$$

Za svaku linearnu jednačinu važi:

1) $ax=b$, $a=0$ i $b=0$ jednačina ima beskonačno mnogo rješenja

primjer: $0x=0$, svaki broj zadovoljava jednakost (svaki broj pomnožen sa 0 daje 0)

2) $ax=b$, $a=0$ i $b \neq 0$, jednačina nema rješenje

primjer: $0x=5$ nema rješenje (ne postoji broj koji pomnožen sa 0 daje 5)

3) $ax=b$, $a \neq 0$, rješenje jednačine je $x = \frac{b}{a}$

primjer: $2x=4$, rješenje je $x = \frac{4}{2}$ tj. $x=2$

Kako rješavati jednačinu?

- Prvo se oslobodimo razlomaka (ako ih ima) tako što cijelu jednačinu pomnožimo sa NZS
- Onda se oslobodimo zagrada (ako ih ima) množeći “svaki sa svakim” ili kvadriranjem.
- Nepoznate prebacimo na jednu a poznate na drugu stranu znaka =.
- **(PAZI: prilikom prelaska sa jedne na drugu stranu mijenja se znak)**
- “sredimo” obje strane (oduzmemo i saberemo) i dobijemo $a \cdot x = b$
- Izrazimo nepoznatu $x = \frac{b}{a}$

ZADACI:

1) Riješi jednačinu

$$9-2x = 5x + 2$$

Nema razlomaka i zagrada tako da odmah prebacujemo nepoznate na jednu a poznate članove na drugu stranu jednakosti .

$$-2x - 5x = 2-9$$

$$-7x = -7$$

$$x = \frac{-7}{-7}$$

$$x = 1$$

2) Riješi jednačinu

$$3(2-3x) + 4(6x - 11) = 10 - x$$

Oslobodimo se zagrada množenjem!

$$3(2-3x) + 4(6x - 11) = 10 - x$$

$$6-9x + 24x - 44 = 10 - x$$

$$-9x + 24x + x = 10 - 6 + 44$$

$$16x = 48$$

$$x = \frac{48}{16} = 3$$

3) Riješi jednačinu

$$\frac{y-5}{7} + 2 = \frac{2y-3}{2} - \frac{6y+5}{14}$$

Nađemo NZS za 7, 2 i 14; to je 14. Cijelu jednačinu pomnožimo sa 14.

$$\frac{y-5}{7} + 2 = \frac{2y-3}{2} - \frac{6y+5}{14} / 14$$

$$2(y-5) + 28 = 7(2y-3) - 1(6y+5)$$

$$2y - 10 + 28 = 14y - 21 - 6y - 5$$

$$2y - 14y + 6y = -21 - 5 + 10 - 28$$

$$-6y = -44$$

$$y = \frac{-44}{-6}$$

$$y = \frac{22}{3}$$

4) Riješi jednačinu

$$(x + 3)^2 - (x - 4)^2 = 2x - 13$$

Oslobodimo se zagrada kvadriranjem binoma po pravilu za kvadrat zbira ili razlike!

$$(x + 3)^2 - (x - 4)^2 = 2x - 13$$

$$(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 8x + 16) = 2x - 13$$

$$x^2 + 6x + 9 - x^2 + 8x - 16 = 2x - 13$$

$$6x + 8x - 2x = -13 - 9 + 16$$

$$12x = -6$$

$$x = \frac{-6}{12}$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

Jednačine imaju veliku primjenu u rješavanju takozvanih “problemskih” zadataka.

Važno je dobro proučiti tekst, ako treba skicirati problem i naći vezu između podataka.

5) Otac ima 43 godine a sin 18, kroz koliko će godina otac biti dva puta stariji od sina?

Obeležimo sa x -broj godina koji treba da prođe.

Otac → 43 godine

Sin → 18 godina

Kako godine teku i za oca i za sina, to je:

Otac → 43 + x

Sin → 18 + x

U zadatku se kaže da će otac biti dva puta stariji od sina:

$$2(18 + x) = 43 + x$$

$$36 + 2x = 43 + x$$

$$2x - x = 43 - 36$$

$$x = 7$$

Provjerimo: Kroz 7 godina otac će imati $43+7=50$ godina, a sin $18+7=25$ godina, pa je otac zaista dva puta stariji od sina.

6) Učenik je prvog dana pročitao $\frac{1}{4}$ knjige, drugog dana $\frac{2}{3}$ od ostatka knjige, a trećeg dana posljednjih 40 stranica. Koliko ima stranica ta knjiga?

Obilježimo sa x -broj stranica knjige.

$\frac{1}{4}x \rightarrow$ I dan $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x \rightarrow$ II dan 40 str. $\rightarrow$ III dan
(ostale su $\frac{3}{4}x$ stranica)

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x + 40 = x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x + 40 = x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x - x = -40$$

$$\frac{1+2-4}{4}x = -40$$

$$-\frac{1}{4}x = -40$$

$$x = -40 : \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$x = -40 \cdot (-4)$$

$$x = 160$$

Knjiga ima 160 stranica.

Domaći zadatak!!!

Riješi jednačine:

- $5(x-1) - 4(x-3) = -20$
- $10x - 2(25 - 3x) - 3 = 8(2x - 6) - 5$
- $(2x + 3)^2 - (1 + 2x)(2x - 1) = x^2 - (x - 1)^2$
- $\frac{x+2}{5} - 3 = \frac{x-1}{2} - x$